

Calcul du diamètre de la lune et du rayon de son orbite

Philippe Drompt, *Gymnase français de Bienne*

Résumé

Cet article vous propose une méthode expérimentale, à partir d'une photographie, pour déterminer le diamètre de la Lune et la distance Terre-Lune. C'est une manière simple, en utilisant des moyens mathématiques élémentaires, qui permet d'obtenir des résultats spectaculaires.

Introduction

Les nouveaux étudiants de 12e année, en discipline fondamentale sciences expérimentales, en particulier en physique, posent quelques problèmes pédagogiques. En effet, il est pas très facile de trouver quelques applications pratiques, et aux conséquences intéressantes, qui ne nécessitent que très peu de mathématiques. Dans ce sens, je vous propose une activité qui m'a été suggérée par une conférence de M. Lambert, lors du 40e Congrès Pluraliste des Sciences, à l'Université Libre de Bruxelles [cf. réf. 1]. L'originalité de cette activité est qu'elle peut être menée sous la forme d'un travail pratique à réaliser avec ces jeunes élèves.

Il s'agit de mesurer, avec la plus grande précision possible, le diamètre de la Lune et la distance Terre-Lune. On admet connaître le rayon de la Terre.

Evidemment, la méthode historique [cf. réf. 2], aussi élégante qu'elle puisse être, ne peut facilement faire l'objet d'une activité élève. Les conditions météorologiques et astronomiques ne nous permettent pas d'observer une éclipse de Lune au moment où nous traitons de la gravitation. En revanche, une méthode moderne, basée sur une photographie d'éclipse, nous permet d'atteindre les mêmes buts.

La méthode

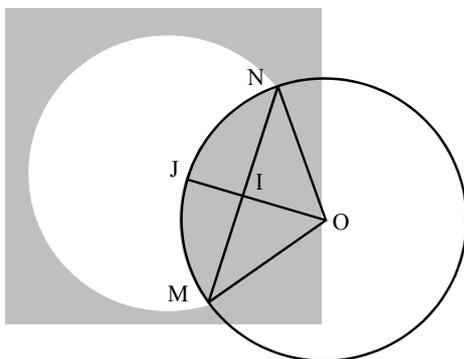


Figure 1 : mesurer le diamètre de l'ombre

Il s'agit de mesurer, avec la plus grande précision possible, le diamètre de la Lune et de l'ombre portée de la Terre sur une photographie d'éclipse.

La Lune est représentée par le disque clair sur la figure 1, l'ombre portée de la Terre par le secteur sombre masquant partiellement la Lune.

Afin de mesurer la longueur d'une corde MN sur le cercle et la flèche correspondante IJ, on peut utiliser une feuille de papier millimétré transparent. La mesure se fait ainsi en une seule opération.

Dans le triangle rectangle OIM en utilisant le théorème de Pythagore :

$$OM^2 = (OJ - IJ)^2 + \left(\frac{MN}{2}\right)^2$$

comme $OM = OJ = R$ (le rayon recherché)

$$R^2 = \left(R^2 - 2 \cdot R \cdot IJ + IJ^2\right) + \frac{MN^2}{4}$$

après simplification

$$2R = IJ + \frac{MN^2}{4 \cdot IJ}$$

Selon les étudiants, d'autres méthodes peuvent être utilisées.

Premier essai : considérons l'ombre de la Terre comme un cylindre.

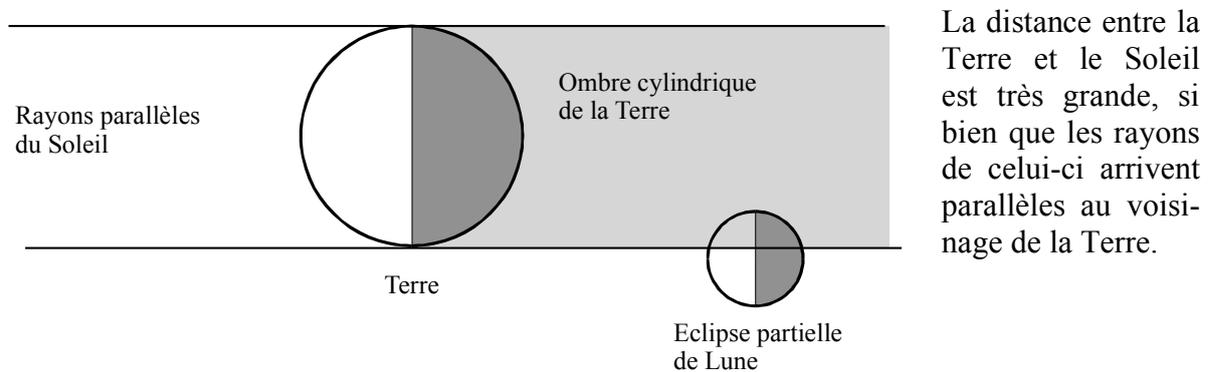


Figure 2 : hypothèse des rayons du Soleil parallèles

La mesure

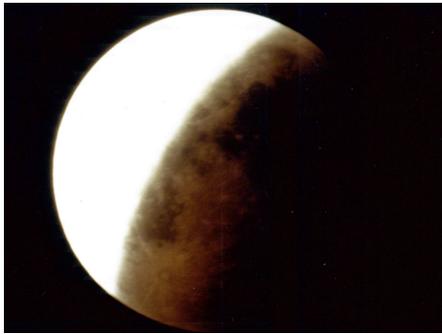


Figure 3: une photo d'éclipse de lune Jacques Richard (SAB) [cf. réf. 3]

Nous voyons, sur la figure 3, la Lune en partie immergée dans l'ombre circulaire de la Terre.

Sur cette photographie, après l'avoir agrandie au format A4, on mesure les grandeurs MN, IJ ainsi que le diamètre de la Lune.

En utilisant la méthode décrite plus haut, on calculera le diamètre de l'ombre de la Terre. Le rapport des diamètres des ombres est également le rapport des diamètres de la Terre et de la Lune. En connaissant le diamètre de la Terre, on déduit le diamètre de la Lune.

Sur une photographie de ce type, on obtient, pour le rayon de la Lune $R_L = 2670 \pm 280 \text{ km}$. On commet donc une erreur de plus de 50% !

Second essai: considérons l'ombre de la Terre comme un cône.

Le diamètre du Soleil est beaucoup plus grand que celui de la Terre. L'ombre de la Terre ne peut pas être cylindrique mais a plutôt la forme d'un cône. Pour effectuer cette correction, il faut connaître l'angle d'ouverture du cône d'ombre.

Tout d'abord, il faut considérer que le diamètre apparent de la Lune est le même que celui du Soleil. Il mesure environ $0,5^\circ$.

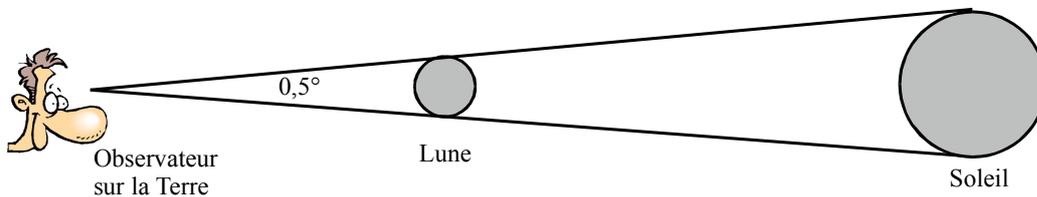


Figure 4: Le diamètre apparent de la Lune depuis la Terre.

Ainsi, lors d'une éclipse solaire, le diamètre de la Lune recouvre presque exactement celui du Soleil (figure 5). Des observations répétées d'éclipse ont montré que le Soleil débordait parfois du diamètre de la Lune. D'autres fois, les derniers rayons disparaissent (la distance entre la Terre et la Lune varie légèrement).

Il est également possible de mesurer ces diamètres apparents par la même méthode, en utilisant une photographie d'éclipse de Soleil.



Figure 5 : éclipse totale de Soleil, février 98 photographiée depuis la Guadeloupe. Alain Jaquot / SAB

En tenant compte de la forme conique de l'ombre de la Terre (figure 6), on améliore la méthode de calcul.

Le diamètre mesuré sur la photographie est en fait le diamètre de l'ombre de la Terre D_{OT} .

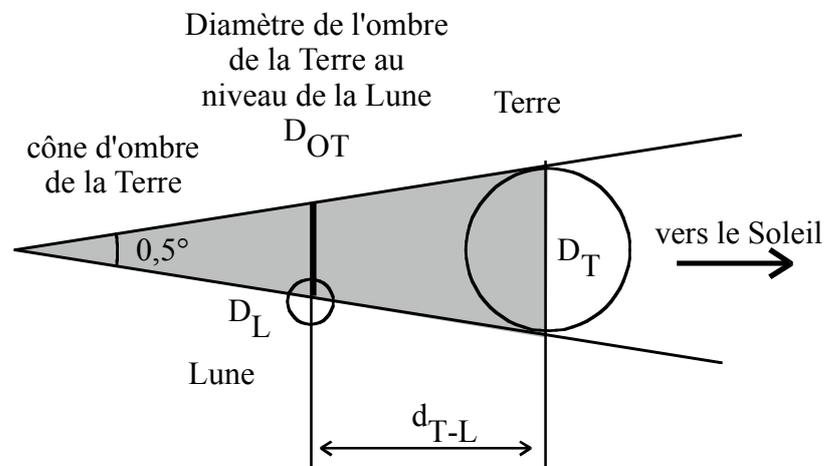


Figure 6 : diamètre de l'ombre

Comme l'angle sous lequel on voit la Lune depuis la Terre est le même que celui sous lequel on voit le Soleil, on pose : $D_T = D_{OT} + D_L$

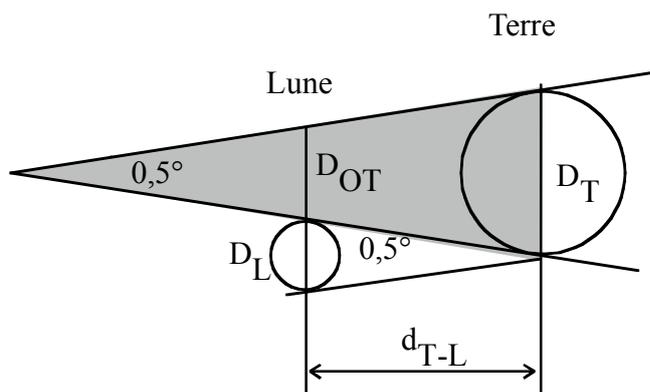


Figure 7 : diamètre de la Terre porté au niveau de la Lune

On peut alors reprendre le calcul à partir de la photographie de l'éclipse et on obtient cette fois-ci :

$$R_L = 1880 \pm 140 \text{ km .}$$

L'erreur n'est plus que de 8% !

Calcul du rayon de l'orbite de la Lune :

En supposant que le rayon de la Lune est représenté par le segment AB sur la figure 8, on peut, grâce à une proportion, calculer la longueur du cercle de l'orbite lunaire et en déduire la distance Terre-Lune, qui est le rayon de cette orbite.

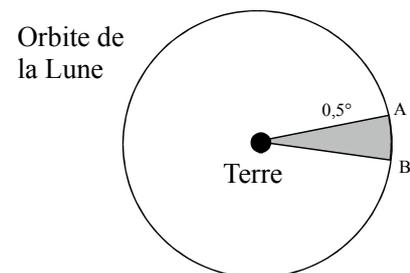


Figure 8: Orbite lunaire

Références

- [1] Dominique Lambert, conférence : *applications pédagogiques à partir de photos d'éclipses*, Congrès Pluraliste des Sciences, Bruxelles, 29.08.2002
- [2] Eric Lindemann, *Mécanique*, Ed. De Boeck Université, Paris, 1999
- [3] Photographie de l'éclipse : www.sspmp.ch (aller sous « CRP », puis « Protocoles de laboratoires ») prise par M. Jacques Richard (Société Astronomique de Bourgogne)